

\* 专题评述 \*

非线性网络的动力学复杂性研究的若干进展<sup>\*</sup>方锦清<sup>\*\*</sup>

中国原子能科学研究院核技术应用研究所, 北京 275-81 信箱 102413

**摘要** 结合评述国内外复杂网络研究的概况, 综述了联合项目组近年来开展的非线性网络的动力学复杂性研究的若干进展, 主要包括五大部分: 1. 复杂网络模型及其特性的研究进展, 提出和研究了若干有意义的网络新模型及其普适特性; 2. 复杂动态网络的非线性动力学的研究进展, 包括小世界网络和无标度网络中分岔、阵发混沌和混沌的特性, 以及动力学同步与控制方法; 3. 复杂网络的部分同步; 4. 权重网络的演化特性及权重的作用; 5. 复杂网络相关课题及其应用研究; 最后, 展望了网络科学的应用发展前景与面临的挑战性课题。

**关键词** 和谐统一混合择优模型 大统一混合网络模型 量子信息网络 网络的动力学同步与控制 部分同步 加权网络演化

长期以来规则网络和随机图是网络两大主要类型, 特别是随机图理论占据了长达 40 年之久. 从 1998 年以来, 科学家冲破了这个束缚, 取得了突破性进展, 其标志是二项重要的发现: 小世界网络<sup>[1,2]</sup> 和无标度网络<sup>[3,4]</sup>, 由此激起了国内外复杂网络的研究热潮. 最近, Barabasi 正是因为其在复杂网络无标度特性等方面的开创性贡献而荣获了 2006 年美国 von Neumann 计算金奖, 这象征着复杂网络研究确实进入了网络科学新时代<sup>[5]</sup>, 它已成为国内外科学前沿研究课题之一<sup>[1-24]</sup>, 国内外已经有一些综述评论<sup>[6-24]</sup>. 本文专题概述我们联合项目组(中国原子能科学研究院, 上海交通大学和北京师范大学)开展的非线性网络的动力学复杂性研究的若干进展.

从近代科学史看, 小世界现象最早源于 1967 年美国社会学家 Milgram 提出的“六度分离”假设<sup>[10]</sup>. 1998 年 Watts 和 Strogatz 认为真实的网络应该介于规则网络和随机图之间, 于是他们在规则

网络中引进了长程随机连接后, 出现了小世界网络, 重新发现并拓展了小世界效应<sup>[1]</sup>, 引起了全世界的广泛关注<sup>[5-15]</sup>. 令人惊奇的是, 在一千多年前, 我国唐朝诗人王勃在《送杜少府之任蜀州》中的名句“海内存知己, 天涯若比邻”, 已经涵盖了小世界现象, 从古到今, 家喻户晓. 难道不可说, 中国人从人文和哲学上最先认识到了小世界现象, 而现代科学只不过作了科学实验和进一步的论证罢了.

1999 年 Barabasi 和 Albert 首先提出无标度网络(简称 BA 模型)<sup>[3]</sup>, 指出许多实际的复杂网络的节点度分布具有无标度特性, 即幂律函数形式. 迄今已经发现了许多无标度网络的实例: 互联网、万维网、电力网, 科学家合作网、演员合作网等, 它们的节点度分布服从幂指数为 -3 的幂律分布. BA 模型提出后, 国内外提出了一系列改进, 大多数属于广义随机网络模型<sup>[4-14]</sup>. 还研究了星型网络、社区网络和局域世界网络等不同类型的网络. 这些研究丰富和提高了人们对复杂网络的认识, 促使人们

2006-07-10 收稿, 2007-01-26 收修改稿

\* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 70431002, 70371068)

\*\* E-mail: fjq96@126.com; fangjinqing@gmail.com

©1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

探索各种复杂网络, 包括技术网、社会网、生物网和生态网等. 显然, 深入揭示和运用这些规律, 必将有助于解决复杂系统提出的一系列问题, 具有巨大的应用潜力. 近年来, 实证发现许多实际网络同时兼具小世界效应和无标度特性, 而目前主要网络理论模型并不完全符合实际网络的全面性质. 因此, 当前最需要进一步探索复杂网络的理论模型及其各种特性的深入研究, 它涉及非线性动态网络的多方面问题的研究, 这些成为当前网络科学研究十分关注和最具挑战性的课题.

## 1 复杂网络的基本理论模型及其特性研究

小世界模型和无标度模型是二项开创性的理论工作, 为复杂网络的研究奠定了基础. 但是它们还只是部分反映了实际网络的某些特性<sup>[6-16, 25, 26]</sup>. 究其原因主要是不论是无权网络还是含权网络模型, 迄今大多数网络模型只考虑随机选择优而没有考虑确定性选择优, 因而与实际网络仍然难免存在偏差. 理论模型只考虑随机选择优是不真实的, 不符合人们生活在确定性和随机性和谐统一的世界里, 而确定性和随机性两种极端情况只是某些特殊情况, 与总体的客观事实相矛盾. 正是基于上述事实和分析, 需要同时考虑随机性和确定性的混合机制. 于是, 我们提出若干独具特色的复杂网络理论模型, 同时研究了这些模型的网络演化特性和发展规律.

### 1.1 和谐统一的混合择优模型(HUHPM)

从考察真实世界是确定性与随机性的和谐统一世界的基本事实出发, 中国原子能科学研究院小组(CIAE)提出了一种和谐统一的混合择优模型(HUHPM)<sup>[27-30]</sup>, 主要思想是: 在现有各种无权 and 含权的广义随机网络基础上, 不仅考虑随机性择优, 而且引入确定性择优, 定义一个关键参数: 总混合比  $d/r$  或简记  $dr$ , 等于确定性择优(DPA)的时间步数  $d$  与随机性择优(RPA)时间步数  $r$  之比. HUHPM 模型的演化过程和规则是: 增长连接方式: 不论无权网络还是含权网络模型, 除了按照它们原来模型的增长规则进行生长(如, 无权的 BA 模型<sup>[3]</sup>、含权的 BBV 模型<sup>[25]</sup> 和含权的交通流 TDE 模型那样<sup>26]</sup> 外), 必须在网络生长过程中确保总混合比不变,

实施两者交替均匀的混合择优连接, 生长所需规模的网络. 至于 RPA 和 DPA 连接的次序完全可以灵活, 对于大规模的网络的统计特性与它们的连接次序没有什么关系. 其次, 确定性择优是每次在随机性择优后, 重新进行节点度从大到小排序:  $k_1 > \dots > k_m > \dots > k_n$  后, 对  $m$  个度最大的节点进行优先连接, 这是通常的确定性择优方式, 符合当今社会人们最一般观念和基本原则. 当然, 社会领域、物理世界和工程技术领域的网络情况错综复杂, 选择方式存在多样性和灵活性, 该模型很容易进一步拓扩到下节介绍的大统一混合模型.

把 HUHPM 的思想与方法应用于无权的 BA 模型<sup>[3]</sup>、含权的 BBV 模型<sup>[25]</sup> 和 TDE 模型<sup>[26]</sup>, 分别称为 HUHPM-BA 网络, HUHPM-BBV 网络和 HUHPM-TDE 网络, 由于考虑既有随机性择优, 又有确定性选择, 灵活而合理地交替生长, 这样 HUHPM 网络能够更好地描述了从规则到随机之间的拓扑转变和动力学特性转变, 已经发现了复杂网络一些普适的规律<sup>[27-30]</sup>, 主要研究结果概述如下.

**1.1.1 无标度特性及其指数对混合比  $d/r$  的敏感性** HUHPM 网络的点度, 点强和边权不仅都保留了幂律分布特性, 而且出现新的共同特性: 所有幂指数  $\gamma$  都对混合比  $d/r$  的变化具有敏感性或依赖性, 都随  $\lg(d/r)$  的增加而增加, 见图 1. HUHPM-网络已经能够把无权 BA 模型及含权的 BBV 模型<sup>[25]</sup> 与 TDE<sup>[26]</sup> 等众多网络模型包括在一个统一理论框架里. HUHPM 模型的理论分析极具挑战性, 我们初步理论分析后<sup>[30]</sup>, 分别得到了度幂律指数  $\gamma$  与混合比  $d/r$  的之间函数关系为

$$\gamma_{\text{HUHPM-BA}} = \frac{A_1}{\exp\left[\left(\frac{d/r}{A_2}\right)^{A_3}\right]} + A_4 \quad (1)$$

$$\gamma_{\text{HUHPM-BBV}} = \frac{4\delta + \frac{A_1}{\exp\left[\left(\frac{d/r}{A_2}\right)^{A_3}\right]} + A_4}{2\delta + 1} \quad (2)$$

$$\gamma_{\text{HUHPM-TDE}} = \chi \left[ \frac{1 + \left\{ \frac{A_1}{\exp\left[\left(\frac{d/r}{A_2}\right)^{A_3}\right]} + (A_4 - 2) \right\}^m}{2w + m} \right] + 1 \quad (3)$$

在 HUHPM-TDE 中  $\chi$  还与  $w$  有关. 上述理论结果 (1)–(3) 式与数值模拟结果吻合得较好, 发现: 幂律指数  $\gamma$  与混合比  $d/r$  之间存在复杂的指数函数关

系, 并与权重参数密切相关. 另外, 在保证最终混合比  $d/r$  不变的条件下, 网络混合拓扑特性基本上不受混合连接的先后次序的影响, 可以灵活交替进行.

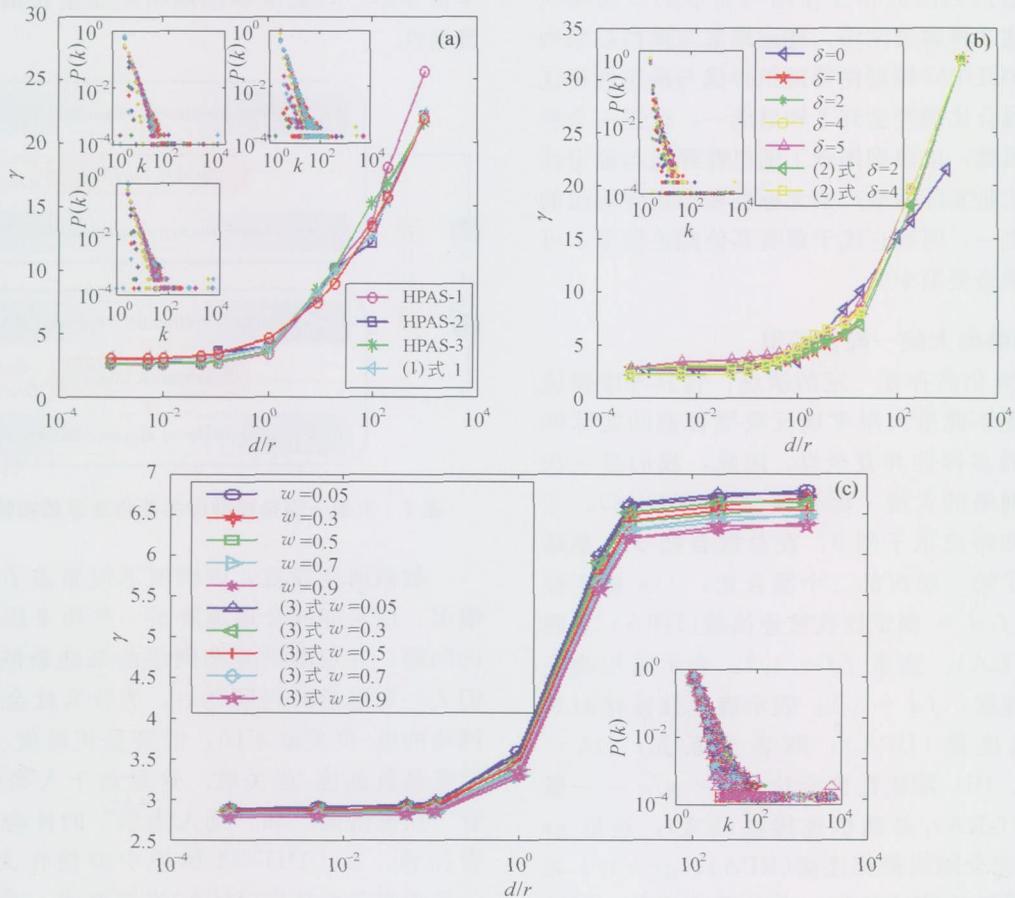


图 1 幂律分布的负指数  $\gamma$  与混合比  $d/r$  关系的数值模拟结果及其与理论结果比较图

图内嵌套相应的度幂函数分布. (a) HUHPM-BA 网络;

(b) HUHPM-BBV 网络; (c) HUHPM-TDE 网络. 这里网络规模  $N=6000$  和  $m=m_0=3$

**1.1.2 HUHPM 与其他模型的小世界特性比较**  
 我们举一个典型例子, 把 HUHPM-BA 网络与 3 种其他模型, 即原来的 BA 模型、随机图模型和文献 [9] 中  $L$  的理论计算方程 (60) 就小世界特性进行了比较, 发现 HUHPM 应用于 BA 模型后突出优点之一: 确实得到了最短的平均路径距离  $L$ , 其次才是文献 [9] 中方程 (60) 的理论计算结果, 第三长的是原来 BA 模型, 而随机图的  $L$  最大. 而平均集群系数  $C$  值, 则是 HUHPM-BA 网络的最大. 因此, 该统一模型更能反映实际网络的拓扑的小世界特性, 说明它抓住了实际网络的拓扑结构的主要的本质机

制. 我们还得到  $C$  和  $L$  的计算公式, 发现两者随  $d/r$  变化恰好具有相反的趋势, 它们的曲线形状对于纵轴具有镜像对称的特点.

总之, 从 HUHPM 理论出发, 不论是无权网络, 还是含权网络, 它们的点度、点强和边权三者幂率指数  $\gamma$  与混合比  $d/r$ ,  $\delta$ ,  $w$ ,  $m$  之间都存在相当复杂的指数及参数的复合关系, 其中混合比  $d/r$  最为关键. 这种关系并非原来模型中简单的指数关系, 所有公式还都与原来模型的控制参数密切相关. 如, 对于 HUHPM-BBV 网络与权重参数  $\delta$  有关, 而 HUHPM-TDE 网络与  $(d/r, w, \chi)$  之间存在更复杂的函数关

系, 这些都与产生的网络混合结构、模型类型、参数等紧密相关, 这个特点正好揭示了两种择优方式 DPA 与 RPA 的混合后, 网络系统既保持和谐混合共存, 又体现它们之间的相互作用与竞争的复杂动状况. 对于上述 3 种典型网络, 理论结果与模拟结果吻合得很好. HUHPM 模型使得随机择优与确定性择优通过一个总混合比调控达到了和谐统一, 这是一个普适而简洁的模型, 该模型揭示了随机性择优与确定性择优混合方式是实际网络产生无标度和小世界效应的最本质机制之一, 因而它优于现有其他理论模型, 可应用于更多网络类型中去.

### 1.2 复杂网络的大统一混合模型

HUHPM 仍然存在一定的缺点: 它只考虑择优连接方式, 还不能最大限度地反映更普遍的实际网络连接方式的多样性和复杂性. 因此, 我们进一步提出了复杂网络的大统一混合模型(LUHNM), 主要物理思想和特点示于图 2, 在总混合比  $d/r$  基础上, 新引进了第二层次的二个混合比: (i) 确定性混合比  $fd = f/d =$  确定性扶贫连接数(HPA)/总确定性连接数(DA). 这里  $fd = 1/1$ : 表示采用确定性完全扶贫连接;  $fd = 0/1$ : 表示确定性连接时采用完全择优连接(DPA); 两者关系为:  $DA = HPA + DPA$ . (ii) 随机性混合比  $gr = g/r =$  一般随机连接数(GRA)/总随机连接数(RA), 这里  $gr = 0/1$ : 表示完全随机择优连接(RPA);  $gr = 1/1$  表示完全一般随机连接(GRA); 其关系为  $RA = GRA + RPA$ . 总混合比  $d/r = dr = DA/RA$ . 这样, 我们可以利用 3 种混合比的组合, 研究最一般 LUHNM 网络情形: 混合比  $fd$  和  $gr$  都取在  $[0, 1]$  之间任意比值, 而总混合比  $d/r$  则可任意大小, 这样就把目前文献上大多数的网络模型包括在内, 特别是以下 8 种特殊情形: (i)  $fd = 0/1$  和  $gr = 0/1$ : 退化为 HUHPM; 图 2 中的中心部分, 就是上面的和谐统一的混合择优模型; (ii)  $fd = 1/1$ : 完全确定性扶贫连接(HPA); (iii)  $fd = 0/1$ : 完全确定性择优连接(DPA); (iv)  $gr = 1/1$ : 完全一般随机连接(GRA); (v)  $gr = 0/1$ : 完全随机择优连接(RPA); (vi)  $fd = 0/0$  和  $gr = 0/1$ : 退化为 BA, BBV 和 TDE 模型; (vii)  $fd = 0/0$  和  $gr = 1/0$ : 退化为 ER 随机模型. (viii)  $fd \neq 0$  和  $gr = 0/0$ : 退化为完全

确定性模型. 只要根据实际世界具体网络的和谐统一的需求生长任何网络. 显然, 上述 3 种混合比的组合非常多, 极具多样性, 这样复杂网络模型非常丰富多彩, 可适应不同网络类型生长的需要, 具有普适性.

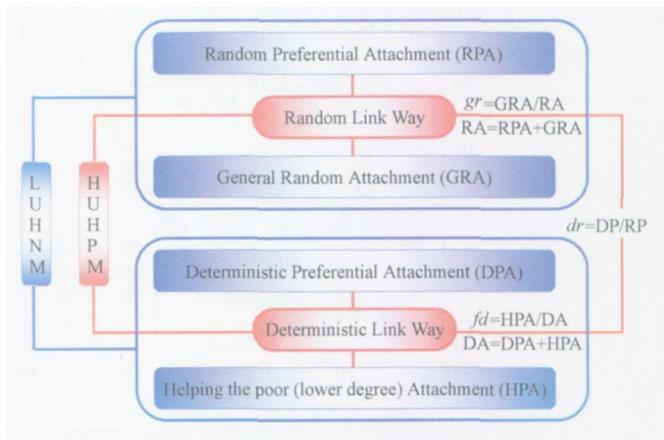


图 2 大统一混合模型的主要物理思想和特点示意图

数值研究发现: 该模型不仅涵盖了大部分理论模型, 而且能够合理地解析一些原来模型尚不清楚的问题, 并观察到复杂网络的某些新的特性. 如人们关心和困惑的问题之一: 为什么社会网络与技术网络的度-度关联不同, 前者是正的度-度关联, 而后者是负的度-度关联. 这是由于人类社会历来具有“扶贫济困”和“助人为乐”的社会美德和社会责任感, 在 LUHNM 模型中即使在无权网络下, 一旦考虑完全扶贫(HPA)连接方式, 或者扶贫连接占较大优势和恰当  $gr$  比例时, 即可出现正的度-度关联  $r_c$ , 这样可以拉平“富者越富”的发展趋势, 有利于共同致富. 我们发现: 在一定条件下, 如图 3 所示, 在无权 LUHNM 网络中度-度关联  $r_c$  随着总混合比变化出现多个极值新现象. 分别从 3 种典型的总混和比( $d/r = 1/99$ ,  $d/r = 1/1$  和  $d/r = 99/1$ ) 的结果看到: 度-度关联  $r_c$  随着随机性混合比  $gr$  增加而线性地增加, 并且  $r_c$  数值可在  $(-1, 1)$  内大范围变化, 这是目前含权模型  $r_c$  只是在 0.2 附近远所不及的<sup>[25]</sup>, 更重要的是, 出现正的度-度关联并非一定是含权网络的结果. 至于技术网络, 高科技网络(集团公司)往往采用强-强联合, 所以出现负的度-度关联. 但是如果国家或各集团公司考虑“技术扶贫”, 让东部地区采用先进(高)技术支持西部

改变技术落后状态, 这样组成的技术网络在我们模型中同样出现正的度-度关联和在大范围内出现正负度-度关联的转变特点.

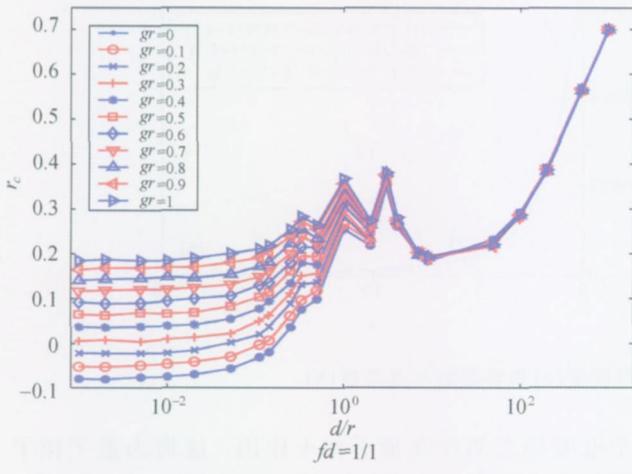


图 3 在不同  $gr$  下, 度-度关联随着总混合比对数  $\lg(d/r)$  的变化 这里固定  $fd = 1/1$  (属于完全扶贫),  $m = 3$ ,  $N = 1000$

对于含权 LUHNM 网络, 除了与无权网络具有一定的相似性外, 出现新的变化特点, 如: 在  $d/r=1/1$  情形, 不仅在  $fd=9/10$  处存在  $r_c > 0$  的极值现象, 而且  $gr < 1/10$  出现  $r_c < 0$  的极值现象, 在  $gr \approx 9/10$  处  $r_c$  还存在一个最大值, 同时  $r_c > 0$  随  $fd$  增加而非线性增长. 不难看出, LUHNM 模型不论什么类型网络都可能发生从正到负的度-度关联的转变, 或相反转变, 这种正负转变于否都与 3 个混合比密切相关, 同样拓扑特性和动力学性质也都依赖于 3 种混合比. 因此它更能反映丰富多彩的实际网络的特性. 特别指出: LUHNM 模型还可以根据实际需要和情况进一步拓广混合方式的多样性和多层次结构, 因此, 它将有更大的适应性、普遍性和应用潜力.

### 1.3 量子信息网络模型

目前复杂网络研究几乎集中在经典的宏观的网络研究上, 从目前网络科学角度对于量子信息网络的研究少见报道. 最近 CIAE 小组, 基于研究量子态或量子信息密度, 提出和构造了一种 Gauss 通道量子信息网络 (QIN)<sup>[31-34]</sup>, 如图 4(a) 所示, 研究了该网络的拓扑和信息特性. QIN 容许光子携带量子信息传递信号并具有量子并行性. 研究发现: Liouville 方程和主方程可以适用于量子信息密度的研

究, QIN 由 Fokker-Planck 方程所描述的量子 Gauss 信道来连接各个网点使网络非局域性地执行各种量子计算或量子通讯的任务. 物理上的实施考虑网络节点为陷域的原子, 离子, 或量子点本身, 两个不同节点间的联系和信息由通过量子信道中的光子传递. 节点为陷域在高  $Q$  空腔中的原子所组成, 原子具有标准的 “ $\Lambda$ ” 型内部状态; ebits 是飞行极化和纠缠的光子. 由于用户是随机的, 环境噪声是随机的, 因此网络节点随机连接. 在一定外场的驱动下, QIN 可出现正的或负的度分布的幂指数, 从而使 QIN 具有复杂特性, 并且影响度-度关联即相称性系数, 影响程度取决于网络结构和状态参量. 为此, 我们把外界对 QIN 的这种干扰, 在网络的度分布比率方程上加入某些驱动项来研究该网络度分布的演化特征. 这时在外场驱动下的 QIN 节点的度比率方程为

$$\frac{\partial \alpha_i(t, t_i, \epsilon_i)}{\partial t} = m \frac{e^{-\beta \epsilon_i} k_i(t, t_i, \epsilon_i)}{\sum_j e^{-\beta \epsilon_j} k_j(t, t_j, \epsilon_j)} + g[k_i(t, t_i, \epsilon_i)] \quad (4)$$

这里  $g[k_i(t, t_i, \epsilon_i)]$  为外场. 通过求解方程可获得对不同的驱动场所对应的不同的度分布, 如图 4(b) 所示. 我们主要研究了 3 种特定外部驱动条件和参数下度分布特点: (i) 当外场为周期力, 则度分布也为周期函数; (ii) 如果外场为指数函数, 则度分布为对数函数. 当时间大于 1.25 时出现无标度特性, 其幂指数随时间增加而缓慢增加. (iii) 如果驱动项是多项式, 度分布就是无理多项式和有关对数的组合, 其演化可以显出某种突变特性. 当外场为椭圆脐带型突变形式时, 量子信息网络的度分布具有时空特性, 可随时间上升达到某个饱和值, 而随空间在不同网络参数下, 节点度的幂律分布出现负指数标度或正指数标度. 正负指数取决于网络结构和条件参数, 而且正负幂指数影响网络的度-度关联或相称性系数. 随着正负幂指数变化而在一定范围内发生突变, 且影响相称性系数  $r_c$  的正负转变特性, 因为该系数是幂指数和  $k$  的函数. 上述结果提供了在特定条件下量子信息网络出现正负相称性系数转变, 有助于了解物理网络、技术网络与社会网络之间的差异.

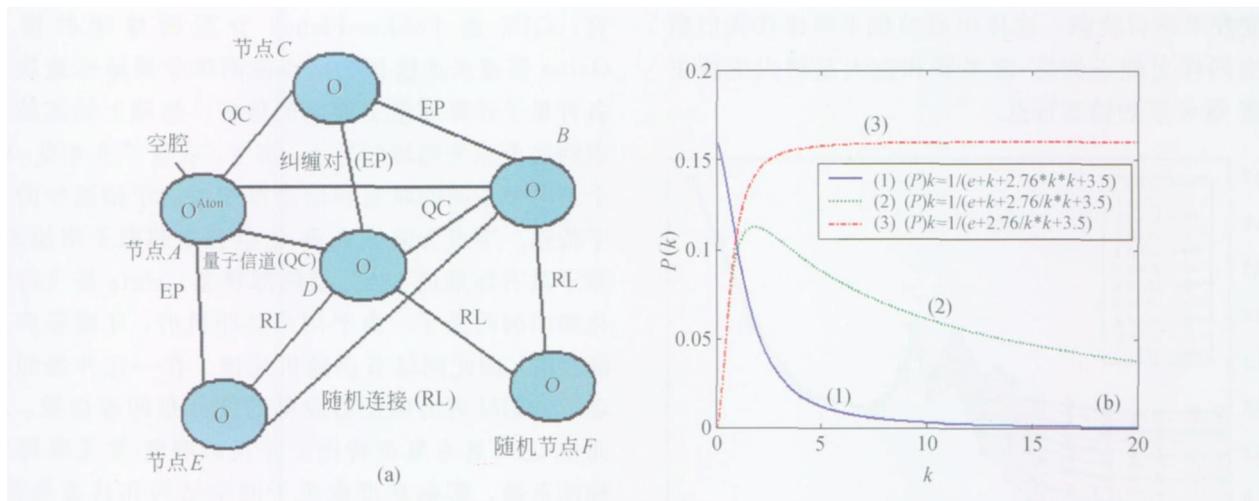


图 4 Gauss 通道的量子信息网络(QIN)模型(a)和幂指数与度关系(b)

### 1.4 纳米相干网络模型

进一步, CIAE 小组又提出了具有实际应用价值的纳米相干网络(HNN), 讨论了基于六角纳米线圈的量子相干网络的特性<sup>[35, 36]</sup>. 发现电子电流和一

个电磁场之间存在量子相干作用, 这将为量子相干器件的构造提供理论依据. 这样的器件可由纳米线构成, 见图 5 左边, 这 HNN 具有实际应用潜力.

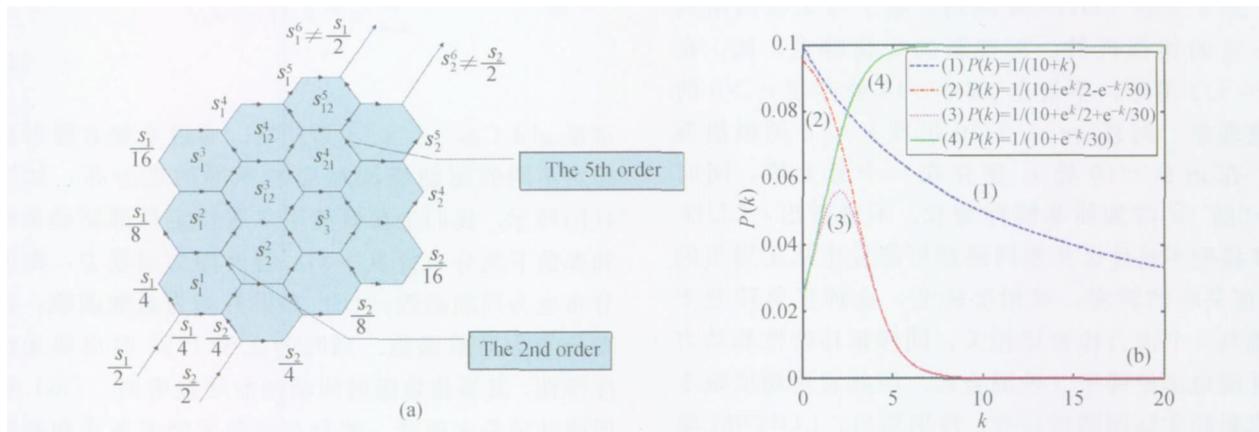


图 5 纳米相干网络(HNN)模型示意图(a)和度分布特性(b)

HNN 关键的物理作用是电子电流同一般横向辐射场的作用, 这种量子相干可视为电子电流密度在金属或半导体圈中同磁场或电场产生效应的推广. 注意的是, 利用具有选择性的分子束外延方法, 可以用纳米孔铝土模板生长有序的六角纳米线. 这些实际进展激发我们提出利用纳米线来实现一种量子相干网络, 该网络可测量电子电流同辐射场的相互作用; 我们探索的量子相干网络的特征为基于纳米线的量子相干网络提供新的知识. 理论分析表明, 影响量子相干网络功能取决于电子在网络对称

联接线中最后的相对速度. 网络的级数越高, 则允许相对速度被增加, 具有放大量子相干的作用. 纳米线的量子相干网络连接分布的时间演变服从幂函数特性. 这意味着量子相干网络有令人惊讶的抗偶然故障的能力. 击破那些不重要的节点不会对网络拓扑结构有重大影响. 这说明纳米线的量子相干网络对外来攻击具有鲁棒性. 纳米线的量子相干网络主要区别于 bosonic 和 fermionic 网络, 是其节点的连接数与影响泛函有关, 而不是与能量有关. 这表明, 纳米线的量子相干网络的拓扑性质发生了变化,

因为网络的动力学特征与网络的拓扑结构有关. 例如,  $k(t)$  或  $P(k)$  可能影响网络的动力学性质, 诸如量子相干相位等. 同时, 我们发现当把 HUHPM 应用于 HNN 时度分布出现多标度特性, 如图 5(b) 所示.

无疑, 探索量子相干网络的特性及其应用是很有意义一个新的研究方向, 目前刚刚揭开序幕, 随着复杂网络研究的发展, 该课题深层次的规律和应用必将进一步揭示出来.

### 1.5 度不变小世界网络模型

1998 年 Watts 和 Strogatz 提出的 WS 小世界模型可以很好地揭示了小世界的特性, 但是由于现实小世界网络的多样性, 并非几个模型就能全面地描述. 研究小世界网络形成的新机制, 揭示产生小世界特性的多样性和新途径, 一直是极有意义的课题. 已经有一些该课题的工作. CIAE 小组提出了复杂网络节点度不变的小世界模型<sup>[37, 38]</sup>, 设计了实现该模型的两种演化算法: 边遍历算法(SAB)和点遍历算法(SAV), 主要思想是从环形规则网络开始, 在保持节点度不变的前提下, 对节点的连接进行随机选择并以一定方式进行重新连接. 两种算法的区别在于节点演化的方式不同. 度不变模型的数值模拟结果与 WS 模型的结果比较表明, 度不变模型具有很好的小世界特性, 即平均最短路径小和平均集群系数大的两个特点. 同时研究了模型下参数变化对网络特性的影响, 我们研究了网络中保持节点度不变情形下只改写一些节点的连接而给整体带来的动态行为的影响. 两者都得到了相同的拓扑特性结果, 该模型丰富了小世界网络的多样化形式, 将有助实际需要更好地设计网络拓扑与小世界网络的性能分析. 我们已经应用该模型构造了束流运输网络实现了束晕-混沌的控制和同步控制. 我们研究应用于具有小世界拓扑的束流运输网络, 提高了控制效果.

### 1.6 含权局域世界模型

上海交通大学李翔等曾经提出的局域世界模型是一种重要的无权网络模型<sup>[39]</sup>. 近期, 上海交大研究组把局域世界概念与 BBV 加权无标度网络模型相结合, 构造了一个加权的局域世界网络模型 GLW. 模型的构造步骤如下: (i) 初始设定: 给定

$m_0$  个节点, 一定数量的边, 让他们组成一个连通的网络. 其中每条边都赋予权值  $\omega_0$ . (ii) 选择局域世界: 从已经存在的网络中随机选取  $M$  个节点作为一个局域世界. (iii) 增长: 每次加入一个新节点  $n$ , 让这个节点与之前取定的局域世界内的  $m$  个节点相连, 因此每次新加入了  $m$  条边. 连接节点的选择按照局部权重优先选择进行, 即一个老节点  $i$  被选择的概率为

$$\prod_{\text{Local}}(n \rightarrow i) = \prod' (i \in \text{Local world}) \frac{S_i}{\sum_{j \in \text{Local}} S_j}$$

(iv) 边权值的动态演化: 和 BBV 模型一样, 要给新的边赋权值  $w_0$ , 同时认为新加入的节点会给节点  $i$  带来新的负担  $\phi$ , 所以要重新调整局域世界边权值, 调整的方法与 BBV 模型相同  $w_{ij} \rightarrow w_{ij} + \Delta w_{ij}$ .

特殊情形 1:  $M=m$ . 这时, 新加入的节点与其局域世界中所有的节点相连接, 这意味着在网络增长过程中, 优先连接原则已经不再发挥作用.

特殊情形 2:  $M=t+m_0$ . 这时, 局域世界等同于整个网络, 而且在网络演化过程中, 局域世界也随之不停地增大. 因此, 这种情况完全等同于 BBV 模型.

当时  $M \approx m$ ,  $P(k)$ ,  $P(s)$  和  $P(w)$  分布曲线接近于情况 1, 都趋向于服从指数分布. 而当  $M \approx m_0 + t$ ,  $P(k)$ ,  $P(s)$  和  $P(w)$  分布曲线接近于情况 2, 趋向于服从幂律分布. 因此, 当时  $m < M < m_0 + t$ , 在 GLW 模型中,  $P(k)$ ,  $P(s)$  和  $P(w)$  呈现从情况 1 到情况 2 的过渡演化, 即从指数分布过渡到幂律分布.

理论分析和仿真实验表明, 加权局域世界模型反映了从指数分布加权网络向幂律分布加权网络过渡的全过程.

## 2 复杂动态网络中的非线性动力学同步与控制

由于网络规模大、节点本身复杂性和连接结构的多样性极大影响着实际网络的整体特性, 因此, 网络结构与网络动力学行为之间的关系引起了越来越多的关注, 探索复杂拓扑结构动态网络的同步行

为成为当今复杂网络研究领域的一个重要课题, 其中关心的问题之一是, 具有小世界效应和无标度性质的复杂动态网络中动力学特性发生了什么变化? 怎么实现复杂网络中的动力学同步与控制? 对此, 我组研究的新进展有助于深入认识这方面的规律及其应用.

## 2.1 CML-SF 网络的同步与控制

我们研究了具有无标度拓扑特性的耦合格子映射(CML-SF)模型<sup>[40-42]</sup>, 应用 Laplacian 矩阵的特征值来判断具有无标度耦合映射格子系统的同步能力. 选取网络的 Laplacian 矩阵的第二小特征值  $\lambda_2$  为 3.9587. 从数值模拟看出, 每次增加的节点数目  $m$  值会影响  $\lambda_2$  的大小:  $m$  越大,  $\lambda_2$  越大. 和全局 CML 不同, 具有复杂网络拓扑结构的 CML 系统达到同步的耦合强度不是一个单一的临界值, 而是存在一个耦合强度  $\epsilon$  值的区域, 随着  $m$  的增大, 使系统达到同步的  $\epsilon$  值的区域就越大, 即网络系统的同步能力随着  $m$  的增大而增强. 当  $m > 4$  时, 总能找到一个  $\epsilon$  值的临界值的上、下限  $\epsilon_{c1}$  和  $\epsilon_{c2}$ , 只有当耦合强度  $\epsilon$  位于这个值域之内时, 网络才能达到完全的同步, 否则 CML-SF 网络却呈现了完全混沌态. 如果采用常数反馈和不同的延时反馈控制法, 可以实现 CML-SF 网络的同步. 用常数反馈法时必须把控制量放在每一个节点上, 否则达不到所期望状态; 但是加在度数最大的节点上进行控制具有更好的控制效果. 研究表明: 当耦合强度  $\epsilon < 0.18$  时, 无论常数反馈取何值, 网络系统也不能达到完全同步的状态. 随着耦合强度和控制强度的变化出现了新的分岔特性, 即随着反馈控制常数的增加, 还出现复杂的倒分叉图, 通过控制不同反馈强度, 观察到了从倍周期分岔、阵发混沌到混沌等动力学新行为及其转变. 可见: 通过全局常数反馈可使 CML-SF 系统达到期望的动力学状态. 此外, 我们还比较研究了两种不同的时延反馈法, 延迟时间和反馈强度选择的合适可以只对几个节点控制网络系统也能逐步达到完全同步, 对于每一个耦合强度对应下的 CML 网络, 都存在一个反馈临界值  $\gamma_c$ . 只有在  $\gamma < \gamma_c$  时, 才能把网络控制到完全同步. 而该临界值  $\gamma_c$  随着耦合强度  $\epsilon$  的线性增大而线性增大, 而与网络

的大小无关. 当控制强度  $\gamma > \gamma_c$ , 受控的 CML-SF 网络系统失去稳定性, 并发生间歇振荡的动力学行为. 与常数反馈类似的是, 当  $\epsilon < 0.38$  时, 无论  $\gamma$  如何小网络仍不会达到完全同步态. 结果表明, 无标度拓扑性质对 CML 的动力学同步和控制有明显的影晌. 不仅与反馈方法及其反馈强度有很大关系, 而且与延迟时间也有密切关系. 不过, 影响的程度和规律, 对于类似的问题要具体分析. 这些结果有助于深入理解具有无标度拓扑结构的混沌复杂网络中动力学同步及其可能应用.

## 2.2 BTN-WS 中束晕-混沌的控制

束流传输网络(BTN)属于规则网络, 其中束晕-混沌的复杂性及其控制是核科学技术领域一个重要课题<sup>[43,44]</sup>. 近年复杂网络研究为此课题带来了新视角, 提供了新思路. BTN 问题变成: 构造具有小世界或无标度拓扑特性的束流传输网络(BTN-SW 或 BTN-SF)对于束晕-混沌的控制和同步有什么影响? 我们利用度不变(SD)小世界模型<sup>[37,38]</sup>, 计算表明, BTN-SW 或 BTN-SF 网络可提高束流传输网络中的同步能力, 有利于束晕-混沌的同步和控制. 该结果的意义是, 在无 WS 拓扑结构时应用线性反馈控制不能实现束晕-混沌同步, 一旦有了 WS 拓扑结构就可实现了, 这是以前所没有的, 可为束流实验研究和工程设计时提供有一定价值的参考作用. 同时在 BTN-WS 网络中, 我们还设计一个特殊而简单的线性控制器, 分别在具有 WS 和 SD 拓扑结构的 BTN 中实现了单周期态的稳定控制.

我们还对通常规则的 BTN 提出了束晕-混沌控制的新方法, 如孤立波函数控制法<sup>[45]</sup>、神经网络控制法<sup>[46]</sup>和微分正比控制<sup>[47]</sup>等. 这些方法不难推广到 BTN-SW 或 BTN-SF 网络中, 为束晕-混沌控制实验提供新的途径.

## 2.3 复杂动态网络的多目标分区同步的控制

复杂动态网络的节点多种多样, 依具体问题而定. 当节点为非线性方程或混沌的动力学方程时, 所谓“混沌网络”的动力学复杂性和网络整体演化的特性, 以及网络中的平衡态和周期态在不同子网络区域的同步与控制是令人关注的一个重要课题, 也是非线性系统中混沌控制与同步课题研究的延伸和深化发展. 如何实现复杂网络中不同的子网络的

多目标分区同步的控制是我们关心的问题<sup>[48-50]</sup>。为此, CIAE-SJTU 联合组把复杂网络分成若干数目的子网络区域, 子网络数目与所要控制的平衡点和所需周期态总数目相等, 然后根据需要分别把各个平衡点控制和周期态稳定控制到相应的子网络内, 这称分区控制。我们提出了一种适当的耦合控制方法, 证明了实现这种控制的基本定理和方法的有效性, 从理论上确保在复杂网络中实现上述多目标的分区控制<sup>[46]</sup>。我们分别应用网络节点为 Lorenz 方程和束晕-混沌方程为例, 从数值模拟验证了理论方法的正确性, 应用上述类似的耦合控制方法择取不同参数, 同样实现了对 BTN-SF 网络中平衡点、周期态和混沌同步的控制。这样, 该耦合控制方法可根据实际需要把大规模复杂网络控制到不同的子网络区域的不同目标上, 这与“Cluster synchronization(CS)”的控制方法相类似<sup>[49, 50]</sup>, 即通过网络节点之间适当的耦合方式和合适的耦合控制方法实现对整个复杂网络在不同的子网络区域的各自目标态的同步控制, 即使控制到不同子网络区域中, 这类 CS 控制特别在生物网络和通信网络中具有应用价值。

#### 2.4 复杂动态网络的同步性能分析

上海交大汪小帆小组(SJTU-WXF)研究了连续时间线性耦合动态网络的同步特性<sup>[51-52]</sup>。通过分析同步最优网络和同步优先网络的拓扑结构以及同步化性能, 并与 BA 无标度网络和 ER 随机图模型比较, 观察到同步最优网络的同步化能力有了大幅度提高, 但是由于该网络的拓扑结构类似于多中心网络, 因此对于随机故障具有非常强的鲁棒性, 若恶意去除网络中度最大的节点就很容易使得网络崩溃, 而同步优先网络的拓扑结构介于 BA 无标度网络的幂律分布和 ER 随机图的指数分布之间, 该网络比 BA 无标度网络更加均匀, 因此无论对于随机故障还是恶意攻击都表现出很强的鲁棒性, 说明了同步优先网络在一定程度上克服了 BA 无标度网络的不足。目前研究表明, 大量现实网络的度分布都具有幂律分布的特性, 然而两个具有相同度分布的网络的动力学行为和其他拓扑特性可以相差很大。在保持网络连接度分布不变的情况下, SJTU 小组提出了一种提高网络同步化能力的方法, 分析研究

表明: 当网络经过同步优先重连之后, 网络的同步化能力要比其随机化模型的同步化能力有了明显的提高, 且无标度网络同步“鲁棒且脆弱”的特性变化不大。观察到网络的同步化能力有所提高后, 网络  $L$  也呈现下降的趋势, 而负的相称(异配)性呈现了增强的趋势<sup>[52]</sup>。

### 3 复杂网络的部分同步

北师大郑志刚(BNU-ZZG)小组研究了在规则网络上添加非局域连接所导致的部分同步现象, 发现非局域连接使得规则网络的对称性破缺, 不同的连接方式会导致不同的部分同步时空斑图。在研究网络连接矩阵的基础上, 给出了这种部分同步现象的发生条件。该理论和数值模拟的结果都表明了非局域连接能够使网络的动力学发生巨大的改变<sup>[53-55]</sup>。

研究发现: (i) 对称性是产生部分同步的必要条件; (ii) 同步不但发生在那些直接连接在一起的振子之间, 而且也发生在那些没有直接连接的振子之间。进而研究表明: 仅仅对称性并不能保证同步的稳定发生。因此, 理论上给出同步发生的条件是非常有意义的, 他们分析了部分同步的发生所涉及的部分同步流形的稳定性。通过网络的对称性及其邻接矩阵的不变性可使得矩阵  $C$  块对角化, 从而将部分同步流形和横向系统分开。可以证明存在矩阵  $S$ ,  $C$  可以  $S$  块被对角化为  $G = SCS^{-1} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$ , 此变换不会改变原来矩阵的本征值, 而只是将其重新分配到了两个块  $A$  和  $B$  中。然后通过讨论部分同步流形附近的行为, 得到部分同步的产生条件为  $A$  的第二大本征值要大于  $B$  的第二大本征值, 即  $\lambda_2^m > \lambda_2^n$ 。此判据只取决于网络的结构特征, 因而具有一般性。

部分同步的理论可以很好应用到两个或多个稀疏连接的社区网络的同步问题, 图 6 给出各种不同的区域, 其中  $US$  表示非同步区,  $CS$  表示每个社区内部和之间完全同步的区域,  $IS$  给出社区内部单元间同步但社区间无法同步的区域, 而  $GrS$  给出社区间同步而每个社区内部单元间仍然未同步的区间。该研究的特色是, 没有从传统的 SW 或 SF 出发, 而是注意到一般网络的非局域连接对规则网络同步的影响; 发现了由于对称性破缺导致的部分同步现

象, 这种现象以前在复杂网络没有观察到; 以往人们只给出了完全同步的判据, 但部分同步从来没有理论结果, BNU-ZZG 小组首次给出部分同步的理论判据, 此判据又独立于网络结构, 因此具有理论价值.

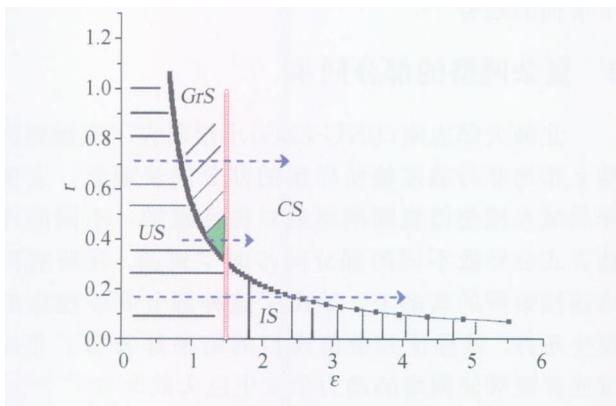


图 6 网络的非局域连接下不同动力学特性区域的划分

#### 4 群集系统中的同步问题研究

Vicsek 模型是一个受到广泛关注和研究的经典的群集(Swarm)模型<sup>[56]</sup>. 该模型考虑的是二维平面上的一群运动的粒子, 在系统演化的每一步, 每一个粒子的方向都采用其邻域内所有粒子的方向平均值. 尽管这一规则很简单, 但是当粒子密度较高且噪声较小时, 粒子的运动方向会由最初的杂乱无章涌现为全局的方向一致(同步). Vicsek 模型有两个基本的简化假设: (i) 所有的粒子都具有相同的感知/影响能力, 即具有相同的感知/影响半径; (ii) 所有粒子的运动速率都相同且在运动过程中始终保持不变.

我们首先考虑了自主体的影响能力的不同对整个系统的行为的影响. 仍然考虑以相同的恒速率在平面上运动的一群自主体. 每个自主体下一个时刻的方向取为本时刻自己的方向与能够影响它的自主体的方向的平均值. 我们用影响半径来表征每个自主体的影响能力. 网络中自主体的影响半径分布服从一种指数在 2 到无穷大之间的幂率分布. 在极限情况下, 即当幂指数趋于无穷时, 该模型即为经典的 Vicsek 模型. 随着幂指数的减小, 影响半径的分布的非均匀性增加, 自主体的方向更容易达到全局一致, 从而体现了少量 hub 自主体的关键作用. 进

一步, 我们发现在网络模型中施加牵制控制, 只要少量的 hub 自主体能够被控制住朝着期望的方向移动, 则所有的自主体将最后能够达到期望方向一致. 这些结果也反映出非均匀影响网络即鲁棒又脆弱的特性.

以 Vicsek 模型为代表的许多群集模型都假设群集中所有的粒子具有相同的常速率. 然而在自然界中, 除了运动方向的调整之外, 群集的涌现还与个体根据周围情况调整运动速率密切相关. 实际上, 如果一个个体的周围邻居的方向朝四面八方散的很开的话, 那么这个个体很可能对于平均方向是否一定是最终的正确方向感到怀疑; 在这种情况下, 减慢运动速率对该个体来说也许是比较安全的方法. 另一方面, 如果一个个体的所有邻居都朝同一个方向运动的话, 那么该个体可以毫不犹豫地以尽可能快的速率朝着这个方向运动. 基于这一“犹豫时就慢一点”的直观考虑, 我们提出了一种每个个体根据其邻居的行为同时调整其运动方向和速率的自适应速度模型. 方向调整的规则仍然采用 Vicsek 模型中的规则, 即每个个体选择其邻居运动方向的平均方向运动. 速率调整规则是基于局部序参量的概念. 该参量的幅值是介于 0 和 1 之间的一个实数, 它刻画了个体的邻居的方向一致性的程度. 在每一步, 个体的运动速率是其最大速率乘以一个比例系数, 该系数是局部序参量的幅值的幂函数. 幂指数  $\alpha \geq 0$  反映了在周围邻居的运动方向不完全一致时, 个体犹豫的程度. 当  $\alpha = 0$  时, 自适应速度模型就简化为常速率的 Vicsek 模型, 所有的个体都以最大速率运动. 而当  $\alpha > 0$  的情况下, 只有当邻居的运动方向达到了完全一致, 个体才会以最大速率运动.  $\alpha$  值越大意味着在邻居运动方向不一致时, 个体的运动速率越小. 我们的研究表明, 如果整个网络在初始时刻是连通的, 那么只要  $\alpha$  值足够大, 所有的个体最终几乎都会朝着同一个方向运动, 如图 7 所示.

#### 5 加权网络的演化特性及权重的作用

近年来加权复杂网络已经成为复杂网络研究的一个重要课题, 因为许多实际网络几乎都是加权网络, 边权为复杂网络中节点之间的关系和相互作用提供了更细致的刻画, 而权重及其分布会对网络的性质和功能产生重要的影响<sup>[57-61]</sup>. 北京师范大学狄

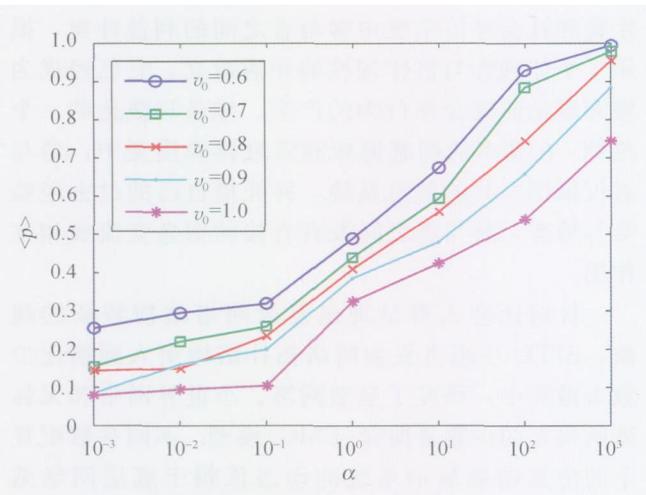


图 7 收敛概率  $p$  和幂指数  $\alpha$  的关系

增加(BNU-DZR)小组在加权网络的演化机制以及权重在网络中的作用研究方面取得了新进展。

目前已有许多模型去研究加权网的演化机制,根据赋权方式大致可以分为两种类型:一是边权固定模型:在边引入时按照一定的规则为边赋权,演化中边权不再改变;另一种是边权演化模型:网络中每一条边的边权可随着网络结构的演化而不断改变.在许多情况下,权重通常是和连接的次数或网络的拓扑紧密相联,尤其在演员合作网和科学家合作网等社会网络中.在科学家合作网络的实证研究的启示下,在考虑局域信息的前提下,BNU-DZR小组建立了允许节点之间重复连接,并把连接次数转化为边权的网络演化模型<sup>[57,58]</sup>,该模型能够生成的网络具有三个幂律分布:度分布、点强度分布和边权分布.理论结果与计算机模拟结果基本一致.点强度与度之间的函数关系为  $s(k) \simeq Ak^\beta$ ,且  $\beta$  会随着  $l$  的增加而变大,这与许多实证结果相吻合.当  $\delta \neq 0$  时,该模型能明显提高网络的集聚系数,这是与其他演化模型的主要区别之一.所以,该模型中的局域偏好连接机制对已有的网络演化模型是一个自然而有意义的改进.在把模型扩展为加权有向网络,并考虑了多层次的连接之后,与经济物理科学家合作网络进行了对比,发现模拟网络短期内的统计结果与实证结果定性上基本一致.

我们来讨论权重在网络中的作用<sup>[60]</sup>.权重的引入为刻画网络性质提供了新的维度,也为调整网络结构和性质提供了新的手段.在加权网络上,除了

调整连接改变网络的拓扑结构以外,还可以通过调整边权和边的匹配(对应)关系以及改变边权的分布来改变网络结构和功能. BNU-DZZ 小组选择社团结构作为研究对象<sup>[59]</sup>.社团结构是反映网络结构整体性质的重要特征,在实证研究中已经发现多数的社会、生物网络都存在社团结构.对于社团结构的深入研究有助于分析和了解实际系统的结构和特性.通过对比聚类算法的稳定性和准确性,发现 GN 算法和 WEO 算法适用于讨论加权网络的聚类.因此,采用 GN 算法和 WEO 算法为研究手段,以经济物理学科学家合作网,北京师大邮件网络和猴子网络为对象,用  $D$  函数讨论了权重对集团结构划分的影响.观察到在保持网络拓扑结构不变的前提下,通过改变边权与边的对应关系,对集团的划分有较大的影响.在相同的拓扑结构下,对加权网、无权网和反权网络应用 WEO 算法得到的划分结果有较大的差异.另外,利用 GN 算法,可以考察集团划分过程的差异性,当在集团内部进行划分时, $D$  的数值会比较大,这也说明当网络比较稠密时,权重的作用会更加明显.另外,在随机生成的网络上,讨论了权重对集团划分的影响,发现调整权重也能影响到集团结构的划分<sup>[58]</sup>,并说明权重是网络中一个重要的变量,可以通过调整权重以改变网络的结构或优化其功能.

调整权重与边的匹配关系并没有改变权重的分布,在保持权重平均值不变的情况下,改变权重的分布形式是调整网络的另一重要途径<sup>[61]</sup>.为了研究权重对网络结构的影响,考虑与构造 WS 小世界网络模型相类似的方法,但不考虑断边重连过程,而只关心在规则网上权重的随机重分配过程.首先,构造一个包含  $N$  个节点的环状规则网络,每个节点与  $k(k=2m)$  个邻居相连,每条边赋予相同的相异权重  $w$ ,例如  $w=5$ ;其次,把每条边的权重  $n$  等分(为简单起见取  $n=5$ ),每份为  $\Delta w(=w/n)$ ;然后,把每条边上的每份权重  $\Delta w$  按  $p$  的概率抽出;最后,把抽出的权重放回到从网络中等概率地随机选择的一条边上.从图 8 可见,随着边权的重新分布,网络的平均最短距离明显减小,而群聚系数略有增加.显然,通过原始均匀权重的随机化,也可以获得小世界效应.在给定权重随机重分配概率  $p$  的前提下,通过改变网络的密度,可以考察权重随机化的

效果与网络密度的关系. 研究发现, 随着网络密度的增加, 以上效应会逐渐明显并达到一个极值, 表明在稠密网络中, 权重的作用会更加重要. 此外, 还发现上述现象与网络的规模无关, 以  $k/N$  为变量, 不同网络规模下, 所得到的结果定性一致. 还把上述加权网络的思想应用于耦合格子映射, 对比了所有边上的权重相同时 ( $p=0$ ) 和权重完全随机分布 ( $p=1$ ) 后网络的同步水平, 发现权重随机分布以后系统更易于达到完全同步; 讨论了分布概率  $p$  和系统同步能力之间的关系, 发现随着  $p$  的增大, 网络的同步能力逐步增强, 即权重随机分布能显著提高网络的同步能力. 利用网络耦合矩阵的本征值刻画网络同步的稳定性同样得到了一致的结果.

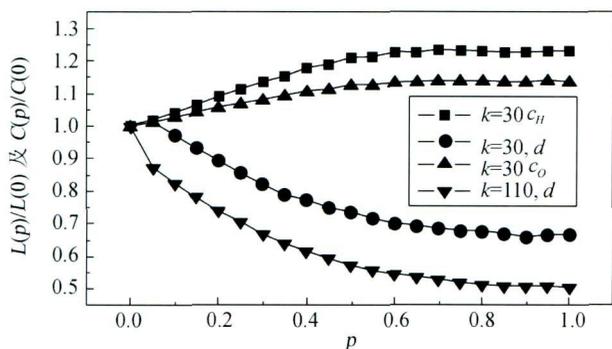


图 8 平均最短路径和集聚系数与概率  $p$  的关系

## 6 复杂网络相关课题的研究

复杂网络的研究同时涉及广泛的复杂网络的交叉课题, 既有学术价值, 又具有应用前景, 本节概述这方面课题的主要进展<sup>[62-73]</sup>.

### 6.1 复杂网络上博弈问题研究

近年来, 网络的结构特性与博弈系统的演化行为之间的关系引起了人们的关注, 复杂网络理论为博弈理论的竞争与合作的研究提供了新的思路和方法<sup>[62-66]</sup>. “酒吧”问题及少数者博弈是各种实际拥塞和协调问题的简化模型, 它们描述了网络、交通、经济、生态以及其他领域中, 面对有限资源独立的参与者之间的相互竞争行为. 对这类拥塞博弈的深入研究有助于更好地理解各种实际的拥塞现象, 并进而提供有效地避免和控制拥塞的决策方案, 从而使资源得到合理的利用. 雪堆博弈描述了

生物和社会经济系统中参与者之间的利益冲突, 揭示了个体理性与群体理性的矛盾对立, 它已经成为博弈理论研究合作行为的产生、维系和演化的一个范例. 在基本的拥塞博弈和雪堆博弈模型中, 参与者仅依据公共的信息系统, 并凭借自己的过去经验参与博弈, 参与者之间没有直接的信息交流或相互作用.

针对社会人群呈现出复杂网络结构特征的现象, SJTU 小组将复杂网络拓扑结构引入到演化少数者博弈中, 研究了星型网络、小世界网络和无标度网络上的少数者博弈 (EMG) 模型. 不同参数配置下的仿真结果显示系统的动态依赖于底层网络结构. 当收益函数对称时, 星型网络上的稳态概率分布由基本 EMG 模型中的自组织分离变为了中庸人群的峰化, 而小世界网络和无标度网络没有改变 EMG 模型的稳态概率分布, 并且此时它们取得了最优的资源配置. 小世界网络的重连概率越小, 系统的协调效果越好. 无标度网络上参与者的成功率与他们的度存在正相关, 而且系统的性能与网络的聚类特性相关, 网络的群聚系数越大, 系统的性能越好.

我们提出了随机 Kauffman 网络上的一种修正演化少数者博弈模型, 研究了网络的平均连接度对系统行为的影响. 参与者通过自组织形成了两组极端行为的相反人群, 而且当网络的平均连接度等于 2 时, 整个系统取得了最佳的合作效果. 与相同参数设置下基本 MG 和 EMG 模型相比, 整体性能有了显著的提高. 将这种网络连接模式扩展到多选择博弈模型中, 同样增强了系统的协调性.

针对现实生活中朋友关系网络的距离相关的特性, 我们研究了基于距离的空间小世界网络上的雪堆博弈模型, 网络中两个节点的连接概率是它们之间距离的幂律函数. 与规则网络相比, 距离无关的小世界网络促进了合作行为的演化. 然而在距离相关的小世界网络拓扑结构下, 随着幂指数的增加, 长程连接的减少以及短程连接的增加在损益比较大的时候阻碍了整体合作水平的提高.

### 6.2 拥塞与路由问题研究

拥塞现象是发生在通信网络和交通网络等复杂网络上的一种典型的动态行为. 拥塞与搜索及路由

优化策略互相影响、密切相关<sup>[67]</sup>。和以前的研究不同之处在于, 基于复杂网络理论的拥塞及路由策略的研究更为关注网络的结构特性对网络的搜索、拥塞及路由由优化策略的影响, 比如是否可以利用网络的局部或者全局拓扑特性来提高搜索以及路由策略的有效性、路由策略是否会导致网络拓扑结构发生变化从而反过来影响算法的效率、如何设计对网络拓扑结构变化具有自适应能力的路由策略以及局部优化策略对无标度网络结构的形成有何影响等。上海交通大学研究组基于各种复杂网络模型, 分析不同网络结构上拥塞产生的原因及其控制策略, 并对网络结构和其上发生的动态行为之间的相互影响关系进行初步探讨, 提出了改进的路由策略来提高网络的吞吐量以及传输性能等动态指标。

基于 BA 无标度网络模型, 按照节点在网络中的重要程度将其分类, 并通过定义相应的动态过程及性能指标, 我们研究了网络节点自身容量或者处理速度以及网络的无标度结构特性对拥塞的影响, 提出了相应的控制策略来改善网络的拥塞, 仿真发现控制策略是否有效和网络的拓扑结构紧密相关, 相同的策略在不同网络结构中的作用会有明显不同。特别地, 不需要对整个网络施加控制作用, 而仅需要对一些最关键的节点加以控制, 就可以得到类似控制所有节点所产生的控制效果。

我们还提出了一种结合最短路径路由和局部拥塞检测的改进路由算法, 并在具有可变聚类系数的无标度网络上进行了仿真。研究表明可以得到一个最优参数使得该路由算法具有最好的性能, 并且随着拥塞的加剧, 最优参数值随之增加。和最短路径路由算法相比, 该算法在拥塞加剧的情形下性能提升更加明显, 但是最优参数值几乎不随聚类系数的变化而变化。我们进一步研究了可以感知局部拥塞信息的路由算法在不同网络拓扑结构下的性能, 发现在各种拓扑结构下, 该路由算法均可以显著地提高网络吞吐量, 并且路由算法的提高程度和网络的异质性有密切关系。

我们还研究了梯度网络中的拥塞问题。基于指数可调幂律随机网络, 对由其得到的梯度网络模型的入度分布进行了研究, 发现梯度网络的入度分布均为幂律的。当基础网络的幂律指数  $\gamma > 2$  时, 梯度网络的幂律指数和基础网络的几乎一致, 而当  $\gamma < 2$

时, 梯度网络的幂律指数小于基础网络的指数。其次, 平均度的相变值  $k_c$  也与幂律指数  $\gamma$  相关, 基础网络的幂律指数越小, 其平均度的相变值也越大。特别地, 当  $k_c$  为有限值时, 如果平均度  $\langle k \rangle < k_c$ , 那么较为异质的网络容易发生拥塞, 而当平均度  $\langle k \rangle < k_c$  之后, 结论相反, 较为同质的网络结构更容易发生拥塞。当平均度  $\langle k \rangle \rightarrow \infty$  时, 所有网络都将趋于最大拥塞状态。

针对二维方格网络模型, 我们研究了影响网络数据传输效率的 3 个因素: 路由算法、路由器性能和用户策略, 并指出 3 种对应的措施能够提高通信网络的传输效率: 根据网络的负载选择不同的网络优化路由算法参数、提高路由器的传输数据的能力以及采用用户反馈策略自调整主机产生数据的概率。

### 6.3 网络上病毒传播研究

通过仿真分析了即时通讯病毒的传播特性, 其传播速度非常迅速, 并且在无标度网络上比在其他网络拓扑结构下传播得更快<sup>[68-70]</sup>。单独增强用户的安全意识只能减少病毒的感染范围, 不能减缓病毒的传播速度。结合复杂网络理论提出了监控和防御即时通讯病毒的一条思路, 引入杀毒软件的病毒库的概念, 使即时通讯软件能对已知病毒免疫。SJTU-WXF 小组根据病毒的传播特点和即时通讯网络的无标度特性分别提出了基于 IM 客户端的监控方案和基于服务器端的病毒监控方案。我们还研究了个体差异对均匀小世界网络中病毒传播的影响。经过理论分析和大规模的数值仿真后, 我们发现只有满足一定的临界条件后, 病毒才能在均匀小世界网络中流传。进一步, 网络中即使存在有感染能力非常强的个体, 只要这些个体的比例小于一定的临界值, 病毒也无法在均匀小世界中传播开。

### 6.4 混沌网络的入侵检测问题和复杂性研究

我们不仅研究了在混沌网络的复杂性, 而且研究了网络上入侵检测问题。针对网络中的入侵检测重要性, 我们在传统的客观距离的基础上, 引入了主观距离的概念, 从而提高了判断入侵事件的准确性。研究发现: 入侵检测的遗传算法可以归结为一个复杂性网络问题, 而且是一个 NP 困难问题。针对 Internet 网络复杂性, 为便于进行入侵检测, 提

出了 TTT 语言和基于 TTT 语言分析入侵状况的分析器<sup>[71-73]</sup>。

## 7 展望与挑战

当前国内外复杂网络研究方兴未艾, 展现出广阔的发展应用前景。由于现实世界中许多复杂系统都可用各种各样的复杂网络来描述, 复杂网络研究成为复杂系统研究的重要课题, 具有极端重要性和普遍意义<sup>[16-24]</sup>, 应用领域涉及军事、经济、通信、工程技术、社会、政治、经济、和管理等众多领域。小世界效应、无尺度网络和超家族特性等发现极大地改变和丰富了人们对复杂世界的认识, 揭示了前所未有的理论和技术问题, 不仅适用于自然网络, 而且适于人造网络, 无论对自然界, 还是对人类社会, 都具有适用价值。因此, 进一步探索复杂网络的规律, 不仅具有理论意义, 而且具有巨大的应用潜力, 必然有助于人类解决面临的一些重要问题<sup>[74-77]</sup>。

首先, 复杂网络的研究具有现实的和长远的军事国防意义。事实上, 因特网的发展首先是大国军事和信息竞争的需求, 1969 年美国国防部最早建立了计算机网络, 并向国际互联网——因特网发展。之后, 欧洲、日本相继建立了资源共享的计算机网络。20 世纪 90 年代, 因特网扩大到世界范围, 创造了人类崭新的互联网军事、经济、文化和科技新领域。21 世纪将是互联网和信息时代, 互联网的发展大大带动计算机、微电子、通信和软件等信息产业的发展, 成为 21 世纪全球军事和经济的主要推动力, 正在是这些需求又推动因特网向宽带、高速发展的动力, 正在发展的光互联网和未来的量子互联网, 以适应国防和经济双重强烈需求。一个值得关注的动向是, 发达国家的军方正在积极研发特设 (ad hoc) 通信网, 这是一种特殊通信网络, 它不仅具有多跳、无中心、自组织、无基站网络的特点和功能, 而且又具有节点快速移动、拓扑结构频繁变化和连接短暂的特性, 所以大为军方所青睐。迄今正在成为国内外复杂网络研究的一个热点。我国正在探索。这不仅对于国防事业, 而且对国民经济发展都有长远的战略意义和巨大的应用潜力。

复杂网络理论为技术网络和网络工程的设计、防护和开发应用提供坚实的理论与技术基础。特别

是, 与社会生活息息相关的因特网、万维网、电力网、航空网、电子邮件网、食物链网等网络, 人们对这些网络的依赖程度日益增强。一个令人关注的问题是: 怎么确保网络可靠运转? 如何应对可能的网络灾变? 2000 年 5 月 4 日“爱虫”病毒在互联网上大肆传播, 2003 年 8 月 18 日北美突然大停电, 就是网络上的一系列级联反应, 导致整个网络系统土崩瓦解。经济损失和社会影响十分严重。这类网络灾变迫使人们必须深入研究灾变与网络的结构、功能及动力学性质的内在关系。同样令人关注的另一个问题是: 计算机病毒如何在万维网上传播而导致流行? 病毒如何通过电子邮件传播? 人们应该如何控制病毒传播? 面对黑客的攻击应该采取何种有效对策? 怎样来设计出具有强抵抗意外故障和攻击的网络? 怎样保持当前不断恶化的生态系统的平衡? 当前, 这些问题都与复杂网络的稳定性问题密切相关, 为了有效地防止黑客侵入互联网、阻止病毒在万维网上传播蔓延。这些研究对于互联网、电力网、航空网等技术网络具有重要的现实意义。

在社会领域复杂网络同样面对挑战, 特别是, 艾滋病、非典、禽流感等各种传染病等对人类造成巨大的威胁, 2003 年的“非典”对于宏观经济和人类的生命安全的威胁, 记忆犹新; 目前, 禽流感也已成为世界关注的一个焦点。于是问题是: 在特定的社会网络中传染病如何通过接触关系传播而导致流行呢? 决策者如何控制这些疾病将损失降到最低限度呢? 从复杂网络的规律有望寻找到这些问题的合理的答案和解决途径。近年, 复杂网络理论还应用于模拟社会上谣言传播过程, 对控制流言蜚语的扩散、降低其负面影响有一定的效果作用。

复杂网络同样在政治、经济和管理等领域能够发挥重要的作用。

迄今, 复杂网络的研究面临许多挑战性课题, 我们认为, 除了上述面临迫切实际需要解决的问题外, 在学术方面主要有以下八大课题值得深入研究<sup>[15-17, 21-24, 72-74]</sup>。(1) 从理论上深入探索复杂动态网络的数理模型, 建立全面符合实际网络的精确理论框架。(2) 研究不同复杂网络的构造方法(包括随机方法、确定性方法和混合方法)和不同特性的互相转变关系, 寻求复杂网络从特殊的到共同的统计的和非统计的特性。(3) 研究非线性动态复杂网

络中动力学时空复杂性、表现形式(分叉、混沌、阵发混沌和斑图涌现)和分析控制方法。(4) 探索不同类型网络的非线性动态演化的物理机制? 探索社会网络与技术网络和生物网络的拓扑特性差异及其联系。(5) 揭示能够全面深刻描述复杂动态网络的特征量(几何量、物理量和信息量等)及其变化规律。(6) 进一步研究和发展复杂动态网络的多种交叉理论和新方法, 推进整体复杂动态网络研究的深入发展。(7) 关注生物复杂网络研究, 促进系统生物学发展。(8) 积极开展复杂动态网络的各种应用研究, 以推动我国网络科学在科研、国防和社会经济发展中的作用, 这正是该领域深入研究的迫切要求和迅猛发展的最大推动力。我们相信: 复杂网络的发展应用前景十分美好。

致谢 非常感谢重点项目联合组的上海交通大学汪小帆小组、北京师范大学郑志刚-狄增如小组及我院小组的各位成员的密切合作, 我们整个团队为本文提供了项目进展的宝贵资料。

### 参 考 文 献

- Watts DJ, Strogatz SH. Collective dynamics of 'small world' networks. *Nature*, 1998, 393: 440—442
- Watts DJ. *Small Worlds: The Dynamics of Networks between Order and Randomness*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1999
- Barabási AL, Albert R. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 1999, 286: 509—512
- Barabási AL, Albert R, Jeong H. Mean-field theory for scale-free random networks. *Physica A*, 1999, 272: 173—187
- Barabási AL. *The New Science of Networks*. Cambridge, MA: Perseus Publishing, 2002
- Strogatz SH. Exploring complex networks. *Nature*, 2001, 410: 268—276
- Newman MEJ, Moore C, Watts DJ. Mean-field solution of the small-world network model. *Phys Rev Lett*, 2000, 84: 3201—3204
- Buchanan M. *Nexus: Small Worlds and the Groundbreaking Science of Networks*. New York: W W Norton and Company, Inc, 2002
- Albert R, Barabási AL. Review of modern physics. *Rev Mod Phys*, 2002, 74: 47—97
- Milgram S. The small world problem. *Psychology Today*, 1967, 2: 60—67
- Watts DJ. *Six degrees: The Science of a Connected Age*. New York: Norton, 2003
- Dorogovtsev SN, Mendes JFF. *Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW*. Oxford: Oxford University Press, 2003
- Dorogovtsev SN, Mendes JFF. Evolution of networks. *Advances in Physics*, 2002, 51: 1079—1187
- Barabási AL, Jeong H, Neda Z, et al. Evolution of the social network of scientific collaborations. *Physica A*, 2002, 311: 590—614
- 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用. 北京: 清华大学出版社, 2006, 260
- 方锦清. 迅速发展的复杂网络研究与面临的挑战. *自然杂志*, 2005, 27(5): 271—276
- 方锦清. 网络科学的理论模型探索及其进展. *科技导报*, 2006, 24(222): 67—72
- 方锦清. 我院复杂网络理论模型的研究进展. *发现杂志, 中国当代科技学术专刊*, 2006, 1—2
- 方锦清. 无标度复杂网络研究及面对的新挑战. 2005年全国复杂网络学术会议, 特邀报告, 武汉, 2005
- 方锦清. 非线性复杂网络的动力学复杂性研究. 方锦清主编. 第二届全国复杂动态网络学术论坛论文集. 北京, 2005, 10. 中国高等科学技术中心, 2005, 141—146
- 方锦清. 复杂网络研究的若干进展与面临的挑战. 2005年全国复杂系统学术论坛, 特邀报告, 北京: 中国高等科学技术中心, 2005, 12
- 方锦清. 复杂网络的混合模型的探索与研究进展. 第十四届全国凝聚态理论与统计物理学术会议, 邀请报告, 广州, 2006
- 方锦清. 复杂网络模型的理论研究和数值模拟. 2006年全国复杂网络会议, 大会特邀报告, 武汉, 2006
- 方锦清. 复杂动态网络研究的某些进展与展望. 邀请报告, 复杂系统研究与系统生物学论坛, 上海, 2006
- Barrat A, Barthelemy M, Vespignani A. Weighted evolving networks: Coupling topology and weight dynamics. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 228701(1—4)
- Wang WX, Wang BH, Hu B, et al. General dynamics of topology and traffic on weighted technological networks. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 188702(1—4)
- Fang JQ, Liang Y. Topological properties and transition features generated by a new hybrid preferential model. *Chi Phys Lett*, 2005, 22(10): 2719—2722
- Lu XB, Wang XF, Fang JQ. Topological transition features and synchronizability of a weighted hybrid preferential network. *Physica A*, 2006, 371(2): 841—850
- Fang JQ, Bi Q, Li Y, et al. Unifying hybrid attachment model and its effects of hybrid ratio on topological and dynamical properties. In: *Dynamics Days Asia Pacific (DDAO4)*, "The International Conference on Nonlinear Science", Pohang, Korea,

- 2006, 4
- 30 方锦清, 毕桥, 李永, 等. 复杂动态网络的一种和谐统一的混合择优模型及其普适特性. *中国科学*, 2007, 37(2): 1—20
- 31 Bi Q, Fang JQ. Certain properties of quantum information network driven by external fields. *Chin Phys Lett*, 2006, 27(7): 1947—1950
- 32 Fang JQ, Bi Q. A quantum information network and its topological properties driven by external field. 2006 International Conference on Communications, Circuits and Systems Proceedings, Guilin, June 26—28, 2006, IEEE Press: 2672—2677
- 33 Bi Q, Ruda HE, Zhou DZ. Dynamical equation and quantum information and Gaussian channel. *Physica A*, 2006, 363: 198—210
- 34 Bi Q, Ruda HE, Zhou DZ. Dynamical equation of quantum information and interference. *Physica A*, 2006, 364: 170—178
- 35 Gui PL, Bi Q, Ruda HE. Nanowire based quantum interference sensors for electromagnetic radiation. *J Appl Phys*, 2006, 99: 094306
- 36 Bi Q, Fang JQ, Cai WP. Quantum interference network. *Physica A*, 2006, 371: 409—423
- 37 Li Y, Fang JQ, Liu Q, et al. Small world properties generated by a new algorithm under the same degree of all nodes. *Commun Theor Phys*, 2006, 45: 67—70
- 38 刘强, 方锦清, 李永, 等. 探索小世界特性产生的一种新方法. *复杂系统与复杂性科学*, 2005, 2(2): 13—18
- 39 Pan ZF, Li X, Wang XF. Generalized local-world models for weighted networks. *Physical Review E*, 2006, 73: 056109
- 40 Chen W, Fang JQ. Effects of scale-free topological properties on dynamical synchronization and control in the coupled map lattice. *Commun Theor Phys*, 2007, 47(2): 361—368
- 41 陈伟, 方锦清, 康戈文. 具有无标度拓扑结构的耦合映像格子的同步与控制. *复杂系统与复杂性科学*, 2006, 3(1): 44—50
- 42 Liu Q, Fang JQ, Li Y. Synchronization and control of halo-Chaos in beam transport Networks with small world topology. *Commun Theor Phys*, 2007, 47(4): 752—758
- 43 方锦清. 驾驭混沌与发展高新技术. 北京: 原子能出版社, 2002
- 44 方锦清, 陈关荣. 束晕混沌的复杂性理论与控制方法及其应用前景. *物理学进展*, 2003, 23(3): 321—388
- 45 Bai L, Weng JQ, Fang JQ. Control of beam halo-chaos by soliton. *Chin Phys Lett*, 2005, 21: 2180—2179
- 46 Fang JQ, Luo XS, Huang GX. Control of halo-chaos in beam transport network via neural network adaptation with time-delayed feedback. *Commun Theor Phys*, 2006, 45: 117—120
- 47 廖高华, 翁甲强, 方锦清. 束晕—混沌控制中的粒子跟踪模拟研究. *物理学报*, 2006, 54(1): 35—41
- 48 卢新彪, 方锦清, 汪小帆, 等. 一个复杂网络中的多平衡点控制. 谭连生主编. 全国复杂网络会议论文集. 武汉, 2006, 16—19, 华中师范大学, 2006, 188
- 49 Qin WX, Chen G. Coupling schemes for cluster synchronization in coupled Josephson equation. *Physica A*, 2004, 197: 375—391
- 50 Ma ZJ, Liu ZR, Zhang G. A new method to realize cluster synchronization in connected chaotic networks. *Chaos*, 2006, 16: 023103(1—9)
- 51 Fan J, Wang XF. On synchronization in scale-free dynamical networks. *Physica A*, 2005, 349(3): 443—451
- 52 Fan J, Wang XF, Li X. On synchronous preference of complex dynamical networks. *Physica A*, 2005, 355(5): 657—666
- 53 Ao B, Zheng ZG. Transitions to long-resident states in coupled chaotic oscillators. *Chin Phys Lett*, 2006, 23(1): 35—38
- 54 Ao B, Ma XJ, Li YY, et al. Non-local couplings and partial synchronization in chaos systems. *Chin Phys Lett*, 2006, 23(4): 786—789
- 55 Ao B, Zheng ZG. Partial synchronization on complex networks. *Europhys Lett*, 2006, 74(2): 229—235
- 56 Wei L, Xiao FW. Adaptive velocity strategy for swarm aggregation. *Phys Rev E*, 2007, 75: 021917(1—7)
- 57 Li MH, Wang DH, Fan Y, et al. Modelling weighted networks using connection count. *New Journal of Physics*, 2006, 8: 72—77
- 58 Li MH, Wu JS, Wang DH, et al. Evolving model of weighted networks inspired by scientific collaboration networks. *Physica A*, 2006, doi: 10.1016/j.physa.2006.08.023
- 59 Zhang P, Li MH, Wu JS, et al. The analysis and dissimilarity comparison of community structure. *Physica A*, 2006, 367: 577—585
- 60 Fan Y, Li MH, Zhang P, et al. The role of weight on community structure of networks. *Physica A*, 2006, arXiv: physics/0609218
- 61 Li MH, Fan Y, Wang DH, et al. Effects of weight on structure and dynamics in complex networks. *Physica A*, 2006, arXiv: cond-mat/0601495
- 62 Shang LH, Li X, Wang XF. cooperative dynamics of snowdrift game on spatial distance-dependent smallworld networks. *Eur Phys J B*, 2006, DOI: 10.1140/epjb/e2006-00454-8
- 63 Chen ZY, Wang XF. A congestion awareness routing strategy for scale-free networks with tunable clustering. *Physica A*, 2006, 364: 595—602
- 64 Shang LH, Wang XF. A modified evolutionary minority game with local imitation. *Physica A*, 2006, 361: 643—650
- 65 Shang LH, Wang XF. A modified evolutionary minority game with interactions. dynamics of continuous. *Discrete and Impulsive Systems Series A: Mathematical Analysis*, 2006, 13: 1390—1397

- 66 Chen ZY, Wang XF. Effects of network structure and routing strategy on network capacity. *Physical Review E*, 2006, 73(3): 036107(1-5)
- 67 宋丽雅, 李翔, 汪小帆. 互联网的局域世界演化模型仿真研究. *计算机仿真*, 2006, 23(10): 103-108
- 68 潘灶烽, 汪小帆, 李翔. 可变聚类系数无标度网络上的谣言传播仿真研究. *系统仿真学报*, 2006, 18(8): 2346-2348
- 69 许丹, 李翔, 汪小帆. 局域世界复杂网络中的病毒传播及其免疫控制. *控制与决策*, 2006, 21(7): 817-820
- 70 史明江, 李翔, 汪小帆. 基于复杂网络的即时通讯病毒研究. *计算机工程与应用*, 2006, 11: 110-115
- 71 Wang JX, Zhao G. A GA-based solution to an NP-hard problem of clustering security events. 2006 International Conference on Communication IEEE Press, 2006, 6: 2093-2097
- 72 Zhao G, Lu FF. Security of several public key algorithms chaos-based proposed recently. 2006 International Conference on Communication IEEE Press, 2006, 6: 1573-1576
- 73 Zhao G, Xu P. User identification and cipher synchronization in voice-hiding. 2005, 6. Hongkong Communications Circuits and Systems (ICCCAS), IEEE Press, 2005, 865-868
- 74 章忠志. 复杂网络演化模型研究. 大连理工大学博士学位论文, 2006
- 75 方锦清, 汪小帆, 刘曾荣. 略论复杂性问题和非线性复杂网络系统的研究. *科技导报*, 2004, 188(2): 9-12
- 76 郭雷, 许晓铭主编. 复杂网络. 上海: 上海科技教育出版社, 2006
- 77 Fang JQ, Bi Qiao, Li Yong. Advances in theoretical models of network science. *Front Phys China*, 2007, 1: 109-124

## 中德合作团队将实施气候变化和旱涝灾害项目

由中国科学院南京地理与湖泊研究所研究员姜彤、德国吉森大学国际发展与环境研究中心教授 Lorenz King 主持, 并联合中国气象局国家气候中心、长江水利委员会水文局、南京农业大学共同申请的中德“气候变化和旱涝灾害”合作团队项目近日通过了中德专家的评审, 获得了由中国国家自然科学基金委员会与德意志研究联合会共同出资组建的中德科学研究基金交流中心的批准, 中德科学中心将为该合作团队项目提供为期三年约 28.5 万欧元的资助. 同时, 中德“气候变化和长江旱涝灾害”合作团队初步计划在 6 月 18 日至 19 日在中德中心召开授牌和项目启动研讨会.

该项目将在 2007 年至 2009 年三年的时间内, 通过双方互访、学术交流和研讨会的形式, 围绕气候变率、IPCC 气候变化情景、极端值分析、流域水文和统计模型、河流泥沙动力和水质、灾害经济损失和适应能力等六个专题, 致力于气候导致的水文灾害研究, 重点对旱涝灾害的机理和过程、灾害影响和适应性方面开展模拟和分析, 进行长江流域旱涝模拟和不同的气候变化情景下的旱涝灾害趋势预估. 通过合作发表研究成果报告, 同时在国际上建立高水平的气候变化和旱涝趋势与预测综合研究平台, 并进一步开拓科学前沿领域, 共同申请欧盟或德国研究理事会, 以及中国国家自然科学基金委员会等的国际合作项目. 同时, 该合作研究也将鼓励与促进中国和德国的年轻学者积极参与国际学术活动, 为推动培养年轻的科研力量做出贡献.

(供稿: 中国科学院南京地理与湖泊研究所)